Guía de ejercicios para el examen extraordinario de álgebra lineal. Semestre ~~2013-1~~ 2017-2

Prof. Mtro. Sergio Horacio Núñez Medina.

1) Efectúe las operaciones indicados con las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 7 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

A) Encuentre una matriz D de manera que A + B + C + D sea la matriz cero de 3×3.
B) Encuentre la multiplicación de matrices AB y AC.

2) Suponga un sistema de ecuaciones lineales Ax = b de 3×3, donde A es la matriz del inciso 1) y b, x son un vectores de 3×1, es decir,

	1		X
b =	2	x=	Y
	3		Z

Encuentre la matriz inversa A^{-1} de forma que se obtenga el vector solución $x = A^{-1}b$

3) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de eliminación gaussiana

$$\begin{aligned} X + y + z &= 7 \\ 4x - y + 5z &= 4 \\ 2x + 2y - 3z &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + y + z &= 11 \\ x - y + 3z &= 13 \\ 2x + 2y - z &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + y \quad\;\; &= 1 \\ y + z &= -1 \\ x + \quad\;\; z &= -6 \end{aligned}$$

4) Encuentre la matriz inversa A^{-1} de los sistemas del inciso anterior y use dicha matriz para resolver los sistemas anteriores obteniendo el vector $x = A^{-1}b$
5) Demuestre el siguiente teorema:
Si una matriz cuadrada A es invertible entonces su inversa es única.

6) Pruebe que para una matriz A de 2×2 cuyo $\det(A) \neq 0$, su inversa A^{-1} está dada por

$$A^{-1} = (1/\det A)\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

7) Considere una economía hipotética de dos industrias A y B representadas en la tabla siguiente en donde las cifras están en millones de dólares. Determine el vector de producción de tal economía si la demanda final cambia a 200 en el caso de A y a 100 en el de B.

	Usuario			
Productor	A	B	Demanda final	Producción total
A	500	350	150	1000
B	320	360	120	800

8) Determine si el subconjunto dado H del espacio vectorial V es un subespacio de V.

8.1) Los vectores que caen en el primer cuadrante del plano cartesiano.

8.2) El conjunto de matrices de 2×2 de la forma $\begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}$ con la suma común y la multiplicación escalar.

9) Sean $V = M_{2\times 2}$ tal que $H_1 = \{ A \in M_{2\times 2} : a_{11} = 0\}$ y $H_2 = \{ A \in M_{2\times 2} : A =$

-b	a
a	b

$\}$

9.1) Demuestre que H_1 y H_2 son subespacios.

9.2) Describa el subconjunto $H = H_1 \cap H_2$ y pruebe que es un subespacio.

10) Determinar si los vectores (1, -3, 0), (3, 0, 4), (11, -6, 12) son linealmente independientes

11) ¿Para qué valores de α son linealmente dependientes los vectores (1,2, 3), (2, -1, 4), (3, α, 4)?

12) Pruebe que si en R^n los vectores v_1 y v_2 son ortogonales entonces el conjunto $\{v_1, v_2\}$ es linealmente independiente.

13) Determinar si el conjunto de vectores dado genera al espacio vectorial que se da

En R^3: (1, 2, 3), (-1, 2, 3), (5, 2, 3)

En P_2 : $1 - x$, $3 - x^2$, x

14) Sean $v_1 = (x_1, y_1, z_1)$ y $v_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vectores en R^3. Pruebe que si $v_2 = cv_1$ entonces gen$\{v_1, v_2\}$ es una recta que pasa por el origen.

15) Encontrar una base para el conjunto de vectores en el plano P: $\{(x, y, z) : 2x - y + 3z = 0\}$

16) En R^3 sea $H = \{(x, y, z): ax + by + cz = 0\}$ en donde $abc \neq 0$.

Pruebe que H es un subespacio de R^3

Encuentre una base de H.

¿Cuál es la dimensión de H?

17) Obtenga el rango y la nulidad de la matriz indicada

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & 8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

18) Obtenga una base para la imagen (o espacio imagen) y el núcleo de las matrices del inciso 17.

19) Escriba $(x, y) \in R^2$ en términos de la base dada: $\{(1, 1), (1, -1)\}$, $\{(5, 7), (3, -4)\}$

20) Escriba $(x, y, z) \in R^3$ en términos de la base dada: $\{1, 0, 0), (0, 0, 1), (1, 1, 1)\}$,

$\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$

21) Determine si la transformación dada de V a W es lineal o no

$T: R^2 \to R^3$ tal que $T(x, y) = (x + y, x - y, 3y)$

$T: R^3 \to R^2$ tal que $T(x, y, z) = (2x - 3y, 3x + 2y)$

22) Encuentre la representación matricial A_T de la transformación lineal T, el ker(T), imag(T), nulidad de T y el rango de T.

$T: R^2 \to R^2$ tal que $T(x, y) = (x + 2y, -x + y)$

$T: R^2 \to R^3$ tal que $T(x, y) = (x + y, x - y, 2x + 3y)$

Bibliografía sugerida

1) Algebra lineal
   Stanley I Grossman
2) Introducción al álgebra lineal
   Howard Anton
3) Algebra lineal y sus aplicaciones
   David C Lay
4) Algebra lineal con aplicaciones
   Kolman
5) linear algebra
   Nicholson W. Keith
6) Algebra lineal
   Kenneth hoffmann & Ray Kunze
7) Algebra lineal
   Serge Lang