PROFESOR: LEÓN RÍOS RAYMUNDO.
Taller de Economía Cuantitativa I
Guía de estudios examen extraordinario

I. **Algebra**

1) Simplifique las siguientes expresiones

i. $\frac{(2x)^4}{x^3}$

ii. $(3xy^2)^3\left(\frac{2}{3}x^{-1}y\right)^2$

iii. $\sqrt[3]{(x^3y)^2y^4}$

iv. $(a^2)^{-3}(a^3b)^2(b^3)^4$

v. $\left(\frac{r^2s^{\frac{4}{3}}}{r^{\frac{1}{3}}s}\right)^6$

vi. $\sqrt{x^2y^4}$

vii. $\left(\frac{9x^3y}{y^{-3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

viii. $\left(\frac{x^{-2}y^3}{x^2y}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{x^3y}{y^{\frac{1}{2}}}\right)^2$

ix. $\frac{8r^{\frac{1}{2}}s^{-3}}{2r^{-2}s^4}$

x. $\left(\frac{ab^2c^{-3}}{2a^3b^{-4}}\right)^{-2}$

2) Factorice las siguientes expresiones totalmente

i. $12x^2y^4 - 3xy^5 + 9x^3y^2$

ii. $x^2 - 9x + 18$

iii. $x^2 + 3x - 10$

iv. $6x^2 + x - 12$

v. $4t^2 - 13t - 12$

vi. $x^4 - 2x^2 + 1$

vii. 25-16t^2

viii. $2y^6 - 32y^2$

ix. $x^6 - 1$

x. $y^3 - 2y^2 - y + 2$

xi. $x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}$

xii. $a^4b^2 + ab^5$

xiii. $4x^3 - 8x^2 + 3x - 6$

xiv. $8x^3 + y^6$

xv. $(x^2+2)^{\frac{5}{2}} + 2x(x^2+2)^{\frac{3}{2}} + x^2\sqrt{x^2+2}$

xvi. $3x^3 - 2x^2 + 18x - 12$

3) Desarrolle las operaciones indicadas y simplifique

i. $(2x+1)(3x-2) - 5(4x-1)$

ii. $(2y-7)(2y+7)$

iii. $(1+x)(2-x) - (3-x)(3+x)$

iv. $\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)$

v. $x^2(x-2) + x(x-2)^2$

vi. $\frac{x^2-2x-3}{2x^2+5x+3}$

vii. $\frac{x^2+2x-3}{2x^2+8x+16}\cdot\frac{3x+12}{x-1}$

viii. $\frac{t^3-1}{t^2-1}$

ix. $\frac{x^2-2x-15}{x^2-6x+5} \div \frac{x^2-x-12}{x^2-1}$

x. $\frac{2}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{3}{(x-2)^2}$

xi. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$

xii. $\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x-2}$

xiii. $\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}}$

xiv. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (racionalice el denominador)

xv. $\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$ (racionalice el denominador)

II. **Ecuación de la recta**

4) Calcule una ecuación de la recta que cumpla con las condiciones dadas

i. Pasa por (2,3); pendiente 1

ii. Pasa por (-2,4); pendiente -1

iii. Pasa por (1,7); pendiente $\frac{2}{3}$

iv. Pasa por (-3,-5); pendiente $-\frac{7}{2}$
v. Pasa por (2,1) y (1,6)
vi. Pasa por (-1,-2) y (4,3)
vii. Pasa por (4,5); paralela al eje x
viii. Pasa por (4,5); paralela al eje y
ix. Pasa por (-1,2); paralela a la recta $x = 5$
x. Pasa por (2,6); perpendicular a la recta $y = 1$
xi. Pasa por (-1,-2); perpendicular a la recta $2x + 5y + 8 = 0$
xii. Pasa por $(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3})$; perpendicular a la recta $4x - 8y = 1$
xiii. Pasa por (1,7); paralela a la recta que pasa por (2,5) y (-2,1)
xiv. Pasa por (-2,-11); perpendicular a la recta que pasa por (1,1) y (5,-1)
xv. Grafique la recta con pendiente $\frac{3}{2}$ que pasa por el punto (-2,1)
xvi. Determine la ecuación de la recta del punto que pasa por (-2,1) con pendiente $\frac{3}{2}$

5) Determine la pendiente y la ordenada al origen de la recta y trace la gráfica

i. $x + y = 3$
ii. $x + 3y = 0$
iii. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y + 1 = 0$
iv. $y = 4$
v. $3x - 4y = 12$
vi. $3x + 4y - 1 = 0$
vii. $3x - 2y = 12$
viii. $2x - 5y = 0$
ix. $-3x - 5y + 30 = 0$
x. $4y + 8 = 0$
xi. $x = -5$
xii. $4x + 5y = 10$

6) Problemas aplicados

i. Si la dosis de un medicamento que se recomienda para un adulto es *D* en mg, entonces para determinar la dosis aceptable *c* para un niño de edad *a*, los farmacéuticos usan la ecuación: $\mathrm{c} = 0.0417\mathrm{D}(\mathrm{a} + 1)$
Suponga que la dosis para un adulto es de 200mg
a) Determine la pendiente ¿Qué representa?
b) ¿Cuál es la dosis para un recién nacido?

ii. La administración de un tianguis de fin de semana sabe por experiencia anteriores que si cobra x pesos por un espacio en la "*renta*" de la calle, entonces el número y de espacios que puede rentar se puede representar mediante la ecuación $y = 200 - 4x$
a)Trace una gráfica de esta ecuación lineal (Recuerde que el costos de la renta por el espacio y la cantidad de espacios rentados deben ser cantidades no negativas)
b) ¿Qué representan la pendiente, la intersección con el eje y y la intersección con el eje x?

iii. Un pequeño fabricante de electrodomésticos observa que si produce x tostadores en un mes su costos de producción esta representado por la ecuación $y = 6x + 3000$; donde y se mide en pesos
a)Trace una gráfica de su ecuación lineal
b) ¿Qué representan la pendiente y la ordenada en el origen de la gráfica?

iv. El costo mensual de manejar un automóvil depende de la cantidad de kilómetros recorridos. Lynn observa que, en mayo, el costo de manejo fue de 380 pesos por 480 kilómetros y en junio el costo fue de 460 pesos por 800 kilómetros. Suponga que hay una relación lineal entre el costo mensual C por manejar un automóvil y la distancia recorrida d
a) Calcule una ecuación lineal que relacione C y d

b) Use el inciso a) para predecir el costo por manejar 1,500 kilómetros al mes
c) Trace la gráfica de la ecuación lineal. ¿Qué representa la pendiente de la recta?
d) ¿Qué representa la ordenada en el origen de la gráfica?
e) ¿Por qué una relación lineal es un modelo adecuado en el caso de esta situación?

v. El gerente de una fábrica de muebles observa que cuesta 2200 dólares fabricar 100 sillas en un día y 4800 dólares producir 300 sillas en un día
a) Si se supone que la relación entre costo y número de sillas fabricadas es lineal, encuentre una ecuación que exprese la relación. Luego grafique la ecuación
b) ¿Cuál es la pendiente de la recta del inciso a) y qué representa?
c) ¿Cuál es la ordenada al origen de esta recta y qué representa?

III. <u>Ecuaciones lineales</u>

1. Determine todas las soluciones reales de la ecuación
   a. $7x - 6 = 4x + 9$
   b. $8 - 2x = 40 + x$
   c. $\frac{x+1}{x-1} = \frac{3x}{3x-6}$
   d. $(x+2)^2 = (x-4)^2$
   e. $x^2 - 9x + 14 = 0$
   f. $x^2 + 24x + 144 = 0$
   g. $2x^2 + x = 1$
   h. $3x^2 + 5x - 2 = 0$
   i. $4x^3 - 25x = 0$
   j. $x^3 - 2x^2 - 5x + 10 = 10$
   k. $3x^2 - 4x - 1 = 0$
   l. $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = 3$
   m. $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$
   n. $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
   o. $|x - 7| = 4$
   p. $|2x - 5| = 9$
   q. El dueño de una tienda vende pasas a 3.2 dólares la libra y nueces a 2.4 dólares cada libra. Decide mezclar las pasas y las nueces y vende 50 libras de la mezcla a 2.72 dólares cada libra. ¿Qué cantidades de uva y de nueces debe usar?
   r. Maria viaja en bicicleta a 8 millas por hora más rápido de lo que ella corre. Cada mañana recorre en bicicleta 4 millas y corre 2.5 millas durante un total de una hora de ejercicio. ¿Qué tan rápido corre?
   s. Miguel pinta igual de rápido que Manuel y tres veces más rápido que Victor. Si se tardan 60 minutos en pintar una sala los tres trabajando juntos ¿Qué tanto se tardaría Miguel si trabajara solo?

IV. <u>Funciones</u>

Encuentre el dominio y rango de cada una de las siguientes funciones
   i. $f(x) = 2x$
   ii. $f(x) = x^2 + 1$
   iii. $f(x) = 2x, -1 \leq x \leq 5$
   iv. $f(x) = x^2 + 1, \ \ 0 \leq x \leq 5$
   v. $f(x) = \frac{1}{x-3}$
   vi. $f(x) = \frac{1}{3x-6}$

vii. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

viii.

V. Equilibrio de mercado

I. Calcula el precio y la cantidad de equilibrio para los siguientes datos:

a) D=75-3P, S=20+2P
b) D=100-1/2P, S=10+1/2 P
c) D=100-P, S=10+2P

II. Considera un modelo de mercado de la siguiente forma:

$$Q_d = Q_s$$
$$Q_d = 21 - 3P$$
$$Q_s = -4 + 8P$$

Obtén P^* y Q^*

III. Sean las funciones de oferta y demanda:

(a) $Q_d = 51 - 3P$
$Q_s = 6P - 10$

(b) $Q_d = 30 - 2P$
$Q_s = 6 + 5P$

(c) $Q_d = 75 - 3P$
$Q_s = 20 + 2P$

d) $Q_d = 100 - \frac{1}{2}P$
$Q_s = 10 + \frac{1}{2}P$

(e) $Q_d = 100 - P$
$Q_s = 10 + 2P$

Obtén P^* y Q^* para cada uno de los modelos

IV. Considerando cada uno de los modelos, obtén la solución de equilibrio para cada uno de los siguientes modelos

(a) $Q_d = Q_s$
$Q_d = 3 - P^2$
$Q_s = 6P - 4$

(b) $Q_d = Q_s$
$Q_d = 8 - P^2$
$Q_s = P^2 - 2$

Para cada uno de los siguientes modelos, estima los precios y las cantidades de equilibrio

V. $Q_{d1} = 18 - 3P_1 + P_2$ $\quad Q_{d2} = 12 + P_1 - 2P_2$
$Q_{s1} = -2 + 4P_1$ $\quad Q_{s2} = -2 + 3P_2$

VI. $Q_{d1} = 10 - 2P_1 + P_2$ $\quad Q_{s1} = -2 + 3P_1$
$Q_{d2} = 15 + P_1 - P_2$ $\quad Q_{s2} = -1 + 2P_2$

VI. Funciones de costos

I. La compañía *iTodo* fabrica un único producto para el cual el costo variable por unidad es de \$3,300 y el costo fijo es de \$4, 400,000 mensuales.
   a) Encuentra la ecuación para el costo mensual total y dibuje su gráfica.
   b) Determina el costo total y el costo promedio de procesar 5,500 artículos en un mes.
   c) Si el presupuesto asignado a la producción de este artículo fuera de \$ 15,550,000 mensuales, ¿cuántos artículos podrían producirse mensualmente con dicho presupuesto?
   d) Indica dos alternativas para disminuir el costo total mensual de la compañía.

II. La compañía *Muñecas Vudú* fabrica muñecas con un costo variable por unidad de \$2,250 y un costo fijo mensual de \$2,020,550. Si vende cada muñeca a un precio de \$5,525,
   i. Encuentra la ecuación para el costo total y costo promedio mensual

ii. ¿Cuántas muñecas deberá producir y vender mensualmente con el objeto de garantizar que el negocio se mantenga en el punto de equilibrio?

III. El costo variable de fabricar una silla de estilo es de \$3,850 y los costos fijos son de \$82,000. Determine el costo total y el costo promedio de fabricar x sillas al día. ¿Cuál es el costo total y costo promedio de fabricar 100 sillas al día?

IV. El hotel *Cuchi Cuchi* alquila una habitación sencilla a una tarifa de US\$ 30 por la primera noche y de US\$ 27 por cada noche siguiente. Expresa el costo total y el costo promedio para una persona que se hospeda x noches en el hotel.

V. La empresa *Pelotón* que produce pelotas de tenis tiene costos fijos mensuales de \$2,350,00 y le cuesta \$750 fabricar cada pelota. Si *Pelotón* vende una pelota en \$950.

i. Determina el costo total y costo promedio de fabricar x pelotas al mes
ii. Determina el ingreso total por la venta de x pelotas al mes
iii. ¿Cuál es el costo y el ingreso total si la empresa produce y vende 5,000 pelotas?

VI. El costo total diario (en pesos) de producir x lámparas está dado por: $C_t = 1{,}250x + 150{,}000$

i. ¿Cuál es el costo promedio de producir lámparas?
ii. Si cada lámpara se vende a \$2,000, ¿cuál es el punto de equilibrio?
iii. Si el precio de venta se incrementa a \$2,500 por lámpara, ¿cuál es el nuevo punto de equilibrio?
iv. Si se sabe que al menos se pueden vender 150 lámparas al día, ¿qué precio deberá fijarse con el objeto de garantizar que no haya pérdida? ¿Cuál sería el costo promedio?

VII. El costo total de producir 10 pasteles de chocolate en un día es de \$2,600, mientras que cuesta un total de \$2,850 producir diariamente 12 pasteles del mismo tipo. Suponiendo un modelo de costo lineal, determina la relación para el costo total de producir x pasteles de chocolate al día.

VIII. Una compañía de refinamiento de maíz produce gluten de maíz para alimento de ganado, con un costo variable de \$38,000 por tonelada. Si los costos fijos son de 55 millones de pesos por mes y el alimento se vende a \$63,000 por tonelada:

i. ¿Cuántas toneladas deberán venderse para que la compañía tenga una ganancia mensual de 270 millones al mes?
ii. ¿Cuántas toneladas, como mínimo, deberán venderse al mes para que la compañía no tenga pérdida?

Bibliografía adicional

- Chiang, Alpha C. y Kevin Wainwright. *Métodos fundamentales de economía matemática*. 4ª Edición. Ed. McGraw-Hill. México 2006.
- Stewart, J., et. al. (2007), *Introducción al cálculo*, Thomson, Argentina
- Stewart, J., et. al. (2007), *Precálculo: matemáticas para el cálculo*, Thomson, México
- Tan, Soo Tang. *Matemáticas para administración y economía. 3ª* Edición. Ed. CENGAGE Learning. México 2005.