

FACULTAD DE ECONOMÍA

Temas Fundamentales de Matemáticas del Núcleo Básico

Elaborado por miembros de la
Comisión de profesores Matemáticas de la
Academia de Economía Matemática y Econometría

Marzo de 2014

ANTECEDENTES

La propuesta que se presenta al foro es producto del trabajo conjunto de varios profesores de la Academia de Matemáticas y Econometría. Este trabajo se ha desarrollado durante poco más de dos años. Por lo mismo se ha enriquecido de los anteriores foros y reuniones que se han realizado en la Facultad. Se han considerado los comentarios que profesores han vertido en dichos eventos, pero también en reuniones de trabajo que se realizaron con profesores de Teoría Económica y Economía de la Empresa.

SOBRE LOS CONTENIDOS

Los temas que se presentan están organizados en unidades temáticas. Sin embargo, el orden en que han de establecerse en las asignaturas aún está por definirse. Esto es para: (a) Mantener la lógica interna de la enseñanza de la Matemática, articulación vertical; (b) Considerar la articulación de los contenidos con las otras asignaturas, articulación horizontal.

ELEMENTOS A CONSIDERAR

Algunos de los elementos que debemos considerar ahora son los siguientes:

- a) Es necesario establecer que si bien los programas de estudios han de ser ambiciosos, estos deberán de considerar el tiempo limitado del semestre, con la finalidad de que los contenidos sean los adecuados y permitan la maduración de los conceptos, métodos y técnicas en los alumnos. Para ello sería necesario en pensar en cuatro semestres para distribuir adecuadamente los contenidos propuestos.
- b) La forma en que se han de desarrollar los contenidos deberá considerar el promover el desarrollo intuitivo de los mismos, con un nivel adecuado de formalidad. Para lo que será necesario considerar que el proceso a seguir será mediante aproximaciones adecuadas, considerando representaciones conceptuales (nominal y ordinal), numéricas, algebraicas y gráficas (métrica).
- c) Es necesario vincular los contenidos al uso racional de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación . Sean estos paquetes de cómputo de propósito general o específico.

UNIDAD I. ELEMENTOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA.

- a.- Los números reales
- b.- El plano Cartesiano.
- c.- Distancia entre dos puntos y pendiente de un segmento
- d.- Definición de lugar geométrico.
- e.- La Recta.
 - i) Ecuaciones de la Recta.
 - ii) Condiciones de Paralelismo y Perpendicularidad.
- f.- Ecuaciones de Segundo Grado.
 - i) Circunferencia
 - ii) Parábola.
 - iii) Hipérbola.
 - iv) Elipse
- g.- Aplicaciones
 - i) Modelo de mercado
 - ii) Modelo de costos
 - iii) Modelo de utilidad
 - iv) Modelo de gasto

UNIDAD II. FUNCIONES.

1.- Funciones.

- a.- Definición y Notación de Función.
- b.- Dominio y Rango de una Función.
- c.- Clasificación de funciones.
- d.- Sucesiones y Series.
- e.- Representación grafica de una Función.
- f.- Operaciones con Funciones.
- g.- Composición de Funciones.
- h.- Ejemplos, ejercicios y problemas aplicados a la economía.

2.- Comportamiento de funciones

- a.- Definiciones de:
 - i) Función creciente y función decreciente
 - ii) Función cóncava y función convexa
 - iii) máximos y mínimos de una función
- b.- Ejercicios y problemas

UNIDAD III. LÍMITES Y DERIVADA DE UNA FUNCIÓN.

1.- Límites y Continuidad.

- a.- Definición y notación.
- b.- Propiedades de los límites.
- c.- Formas indeterminadas.
- d.- Continuidad y tipos de discontinuidades
- e.- Ejercicios y Problemas.

2.- Derivadas.

- a.- Definición y Notación.
- b.- interpretación: matemática, geométrica y económica.
- c.- Reglas de Derivación.
- d.- Derivada de la composición de funciones (Regla de la Cadena).
- e.- Derivadas de orden superior.
- f.- Derivada de una función Implícita.
- g.- Derivada de una función Inversa.

3.- La Derivada como instrumento de análisis de funciones.

- a.- Función continua, creciente y decreciente.
- b.- Máximos, Mínimos absolutos.
- c.- Máximos y Mínimos Relativos.
- d.- Puntos de Inflexión.
- e.- Criterios de la primera y segunda derivada.
- f.- Teorema del Valor Medio (Teorema de Rolle).
- g.- Ejercicios y Problemas.

UNIDAD IV. CÁLCULO INTEGRAL.

1. Integración

- a.- Teoremas de Integración.
- b.- Métodos de Integración.
 - i) Directo.
 - ii) Sustitución (Cambio de Variable).
 - iii) Por Partes.
 - iv) Fracciones Parciales.
- c.- Integral Indefinida.
 - i) Ejercicios y problemas.
- d.- Integral Definida.
 - i) Cálculo del área bajo la curva.
 - iii) El excedente del consumidor y el excedente del productor.
- e.- integral Impropia.
 - i).- Ejercicios y Problemas.

UNIDAD V.

CÁLCULO DIFERENCIAL: FUNCIONES DE N-VARIABLES INDEPENDIENTES.

1. Funciones de más de una variable.

- a.- Definición.
- b.- Notación.
- c.- Ejemplos.

2. Límites y Continuidad.

- a.- Definición de Límite.
- b.- Propiedades de Límites.
- c.- Límites Infinitos.

- d.- Definición de Continuidad.
 - i) Propiedades de Funciones Continuas.
 - ii) Tipos de Discontinuidad.
- e.- Ejercicios y Problemas.

3.- Derivadas Parciales.

- a.- Definición y Notación.
- b.- De primer orden.
- c.- De segundo orden.
- d.- De Funciones Implícitas
- e.- Ejemplos.

4.- Derivada Total.

- a.- Definición y Notación.
- b.- Ejercicios.

5.- Diferencial Total.

- a.- Definición y Notación.
- b.- Ejercicios.

6.- Aplicaciones.

- a.- Determinación de máximo, mínimo y punto de silla en funciones de dos variables.
- b.- Máximos y mínimos en funciones de dos variables sujetas a una restricción lineal.
- c.- Máximos y mínimos en funciones de dos variables sujetas a restricción no lineal.
- d.- Algunas aplicaciones de derivadas parciales en modelos económicos
- e.- Ejercicios y problemas.

7.- Integración múltiple.

- a.- Métodos de Integración directo.
- b.- Integral Definida.
- c.- Ejercicios y problemas.

UNIDAD VI. ÁLGEBRA MATRICIAL.

1. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- a.- Métodos de solución.
- b.- Representación gráfica de sistemas con solución única, múltiple o sin solución.
- c.- Ejemplos en economía.
- d.- Ejercicios y problemas

2. Sistemas de ecuaciones lineales de orden $n \times n$ y $n \times m$.

- a.- Sistemas homogéneos y no homogéneos; consistentes e inconsistentes.
- b.- Método de eliminación consecutiva de incógnitas.
- c.- Método de Gauss-Jordan.
- d.- Ejercicios y problemas.

3. Álgebra de Matrices.

- a.- Definición de matriz.
- b.- Orden de una matriz.

- c.- Algunas matrices especiales.
 - i) Matriz Identidad.
 - ii) Matriz Nula.
 - iii) Matriz Triangular Superior.
 - iv) Matriz Triangular Inferior.
 - v) Matriz Diagonal.
 - vi) Matriz Escalar.
 - vii) Matriz Simétrica.
 - viii) Matriz Antisimétrica.
- d.- Operaciones con matrices.
 - i) Multiplicación de un escalar por una matriz.
 - ii) Producto punto.
 - iii) Suma y multiplicación de matrices.
- e.- Ejercicios y problemas.

4. Determinantes.

- a.- Definición y propiedades.
- b.- Cálculo del determinante de una matriz.
- c.- Expansión de Laplace.
- d.- Solución de sistemas de ecuaciones lineales utilizando la regla de Cramer.
- e.- Ejercicios y problemas.

5. La matriz inversa.

- a.- Método de Gauss.
- b.- La inversa como el producto de la matriz adjunta por el recíproco del determinante asociado a la matriz.
- c.- Solución de sistemas de ecuaciones lineales
- d.- El modelo de Insumo Producto.

UNIDAD VII.

ECUACIONES DIFERENCIALES Y EN DIFERENCIAS.

1. Ecuación diferencial simple de primer orden

- a.- Tipo de ecuación diferencial simple de primer orden (ED1) y tipo de solución.
 - i) Existencia y unicidad de la solución específica
 - ii) Solución monoparamétrica y solución específica
 - iii) Integrable por variables separables
 - iv) Con cierto grado de homogeneidad, integrable mediante transformación por variables separables

2. Ecuación diferencial simple de primer orden y sistema dinámico simple: autónomo o no autónomo, lineal o afín y no lineal (linealizable afín)

- a.- Tipo de sistema dinámico simple y tipo de solución.
 - a.1.- Sistema dinámico simple no autónomo lineal o afín
 - i) Solución general: solución complementaria y solución suplementaria
 - ii) Sistema dinámico simple no autónomo no lineal (linealizable afín): Ecuación diferencial simple de primer orden de Bernoulli
 - a.2.- Sistema dinámico simple autónomo lineal o afín: coeficiente y término independiente constante
 - i) Solución subyacente, de equilibrio estacionario, constante y dada una condición inicial.
 - ii) Condiciones de estabilidad, estabilidad asintótica o inestabilidad, según Liapunov.

- a.3.- Sistema dinámico simple autónomo no lineal o linealizable afín.
 - i) Ecuación diferencial simple de primer orden logística.
- a.4.- Representaciones en el plano de movimiento y en el diagrama de fase.

3. Modelos ilustrativos económico-matemáticos en ecuaciones diferenciables de primer orden simples.

- a.- Función económica incógnita respecto de otra variable económica, considerada independiente.
- b.- Variable económica incógnita evolutiva

4. Introducción a las ecuaciones en diferencias de primer orden lineales aplicadas a los sistemas dinámicos autónomos.