

**FORO DE DIAGNÓSTICO PARA PREPARAR LA REFORMA CURRICULAR DE LA
LICENCIATURA ESCOLARIZADA DE LA FACULTAD DE ECONOMÍA DE LA UNAM**

27 de febrero al 2 de marzo de 2012

Tema: 2. El estado actual de la ciencia económica y la enseñanza de la disciplina

Enfoques tradicional y moderno de la econometría. Una presentación informal¹

Martín Puchet Anyul²

Ponencia que se somete a la:

Comisión de Planes y Programas de Estudio del H. Consejo Técnico

¹ El autor agradece el trabajo de procesamiento de texto realizado por los alumnos de la maestría Diana Guzmán Jiménez y Armando Sánchez Vargas.

² Profesor de carrera titular C (definitivo) de Métodos Cuantitativos, Facultad de Economía, UNAM.

Este texto se originó en una conferencia para alumnos y profesores de la Maestría en Ciencias Económicas y para un ciclo de exposiciones conjunto de las cátedras extraordinarias "Antonio Sacristán Colás" (Área de historia económica) y "Narciso Bassols" (Área de métodos cuantitativos) de la Facultad de Economía que se realizaron en el segundo semestre de 1997. Su utilidad actual se limita únicamente a llamar la atención sobre algunos conceptos de teoría de la probabilidad y de la estadística que deben considerarse previamente en la formación del economista cuando se enseña el enfoque moderno de la econometría. Por ello se ha recuperado lo allí planteado.

Resumen. Se presentan bajo una misma estructura conceptual ambos enfoques de la econometría. Se muestran sus principales diferencias para inducir, a posibles usuarios de esta metodología, a que adopten el enfoque moderno.

INTRODUCCIÓN

Los enfoques tradicional y moderno de la econometría son llamados así desde mediados de los años setenta cuando la econometría hizo crisis y comenzaron a diferenciarse ambas orientaciones. Desde entonces, han sido catalogados de esta forma por la bibliografía econométrica existente.

Objeto de la econometría. La econometría estudia los hechos económicos como clase repetible de ocurrencias. Los fenómenos económicos no son repetibles - puesto que la economía no es una ciencia experimental sino histórica -. Por ello la econometría admite que hay una irrepitibilidad de lo que ocurre y entiende los hechos económicos como abstracciones de los resultados de las decisiones económicas que, como acciones resultantes, se repiten a lo largo del tiempo. Ellas generan la información contenida en los datos y éstos son uno de los insumos del producto econométrico.

Información acerca de los hechos económicos. La información en econometría es de dos tipos: empírica y teórica. Entre ambas informaciones no hay una delimitación clara y *a priori*. Los datos son la información empírica; la información teórica proviene de diversas fuentes.

Definiciones de econometría. Frisch: "... cada uno de los puntos de vista, el de la estadística, el de la teoría económica y el de la matemática, es condición necesaria, pero por si mismo no es suficiente, para la comprensión real de las relaciones cuantitativas de la vida económica moderna. Es la unificación de los tres la que es poderosa. Y esa unificación es la que constituye la econometría." (Véase *Econometrica*, vol. 1, núm. 1, editorial, 1933, p. 2) Harvey: Econometría es "... la estimación de relaciones que han sido sugeridas por la teoría económica." (Véase Harvey (1981), *Econometrics Analysis of Time Series*, Allan, p. 1) Spanos: "Econometría es la modelación de fenómenos económicos estocásticos usando datos observados en conjunción con modelos estadísticos" (Véase Spanos (1997), *Introduction to Modern Econometric*, mimeo, p. 1) Como puede verse, la definición no ha cambiado, durante los últimos 55 años, el sentido de qué es la econometría: ella sigue afirmando de alguna manera que se trata de una intersección de las teorías económica, de la probabilidad y de la estadística, pero si se ha modificado el cómo: su enfoque tradicional, representado por Harvey, ha cedido el paso a su enfoque moderno representado aquí por Spanos.

Los planteamientos de los dos enfoques econométricos y sus respectivas diferencias se exponen en el siguiente orden: i) objetivo del enfoque, ii) punto de partida y iii) fases constructivas del respectivo enfoque con sus requerimientos técnicos.

1. ENFOQUE TRADICIONAL

Objetivo del enfoque: *encontrar una especificación funcional (y dinámica) del modelo teórico propuesto que no sea rechazada por los datos observados.*

Así, la teoría económica le proporciona a la econometría un argumento - el modelo teórico propuesto - y el trabajo econométrico consiste en buscar una especificación funcional (y, posiblemente, dinámica) de ese modelo tal que no sea rechazada por los datos. Es decir, se trata de que el modelo se ajuste a los datos y decidir si la teoría explica o no el problema económico planteado.

Punto de partida. Sea, por ejemplo, el *modelo teórico*: $C = f(Y)$, donde: C : consumo e Y : ingreso, apoyado en la teoría macroeconómica fuerte del consumo.

Este enfoque tiene como punto de partida un modelo especificado de acuerdo a una teoría económica.

Fases. El trabajo econométrico mediante el enfoque tradicional recorre cuatro fases: 1) especificación, 2) incorporación de datos, 3) aplicación de procedimientos estadísticos para estimar parámetros y construir estadísticos de prueba, y 4) pruebas de hipótesis.

1) Especificación. Está basada en la *teoría estadística de los errores de medición de las variables*. Consta de 5 etapas que se definen y describen a continuación.

i) *Distinguir entre la parte explicada (\underline{C}_t) y no explicada (e_t) del hecho captado por la variable dependiente (C_t):*

$$C_t = \underline{C}_t + e_t; \quad t=1, \dots, T$$

Se supone que la variable a explicar (variable dependiente) está compuesta por: a) la parte explicada (*determinada*) y b) la parte no explicada (*indeterminada*), ambas en todo momento del tiempo. Así, de antemano, ya existe un juicio sobre lo que es *determinado* y lo que es *indeterminado*. A su vez, a) se considera que no es probabilística, mientras que b) sí se asume como probabilística.

ii) *Expresar la parte explicada según variables endógenas y exógenas: $\underline{C}_t = f(Y_t)$*

La parte explicada se compone de variables que son dependientes y determinadas - *endógenas* - y otras que son independientes y determinantes - *exógenas y endógenas de momentos anteriores (o predeterminadas)* -. Si el modelo incorpora variables endógenas predeterminadas es *dinámico*; si sólo incorpora exógenas es *estático*.

iii) *Definir la forma funcional de $f(Y_t)$ - dar los coeficientes que vinculan las variables -*

$$\underline{C}_t = f(Y_t) = b_0 + b_1 Y_t$$

Se define que función representa la parte explicada. Para hacerlo se dan los coeficientes que vinculan las variables explicativas - *exógenas y endógenas predeterminadas* - con la variable que se va explicar - *endógena*. Se ha efectuado una parametrización de la parte explicada del modelo. En el ejemplo, la parte explicada se representa mediante una función lineal afin que dice cómo afectan unas variables a la otra.

iv) *Expresar la parte no explicada como una perturbación estocástica representada por una variable aleatoria (e_t)*

De esta forma la media de la descomposición en ambas partes es:

$$E(C_t) = E(\underline{C}_t) + E(e_t) = E(b_0 + b_1 Y_t) + E(e_t) = b_0 + b_1 Y_t + E(e_t) = b_0 + b_1 Y_t$$

Se supone que Y_t no es aleatoria y que e_t se distribuye normal: $N(0,s)$ y entonces, según la teoría de los errores, C_t tiene media lineal y varianza constante e igual a aquella de la perturbación (s).

Así, hay una fracción no explicada - indeterminada - que perturba lo explicado y responde a un proceso aleatorio. Por ello esta parte sí es probabilística y se afirma que la perturbación se distribuye mediante una densidad de probabilidad normal con media cero y varianza constante. Este supuesto tiene la finalidad de que los errores no resulten significativos en la determinación de la variable a explicar. Si las variables que explican a otra se conocen en su mayor parte, entonces se puede suponer que lo que ocurre fuera de esa relación funcional no afecta el comportamiento promedio de la variable dependiente. Por lo tanto, la parte explicada dice casi todo y lo que no está ahí es sólo levemente perturbador (tiene media cero y varianza constante).

v) *Fijación de parámetros a estimar: (b_0, b_1, s)*

Dado lo anterior, hay unos parámetros de la variable aleatoria a explicar que será necesario estimar.

2) Incorporación de datos. *Para cada variable de la parte explicada hay datos: $(C, Y) = (C_1, C_2, \dots, C_T; Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$ producidos por un sistema de información.*

Una vez que se ha especificado el modelo se incorporan los datos. Ellos son generados mediante un sistema de información basado en una teoría débil entendida como el conjunto de definiciones que sirve para definir variables observables y sus formas de medirlas, como por ejemplo, el Sistema de Cuentas Nacionales.

3) Aplicación de procedimientos estadísticos para estimar parámetros y construir estadísticos de prueba. *Construir estadísticos, es decir, funciones de la muestra, que aproximen los parámetros y cuyas funciones sirvan para probar las hipótesis i), ii) y iii) de la siguiente fase.*

4) Prueba de hipótesis. *Basándose en la teoría estadística del diseño de experimentos se realizan un*

conjunto de pruebas de hipótesis.

Por lo general, se hacen tres clases de pruebas.

i) *Determinación y significancia.* Se decide hasta dónde la parte explicada efectivamente determina a la variable a explicar, y con qué grado de significancia cada variable contribuye a su explicación.

ii) *Autocorrelación y heterocedasticidad.* Si la parte determinada del modelo explica, entonces hay que comprobar que la variable dependiente no tiene relación temporal consigo misma, para ello se aplican las pruebas de autocorrelación y si la hay se dinamiza el modelo. También, debe verificarse que dicha variable tenga varianza constante, para ello se aplican pruebas de heterocedasticidad.

iii) *Variables omitidas, forma dinámica y forma funcional.* Se debe averiguar si existen otras variables explicativas además de las incorporadas que determinen la variable a explicar, es decir, cabe preguntarse si se ha omitido alguna variable que contribuya, según la evidencia empírica expresada en los datos, a la explicación. También habrá que comprobar si las formas funcional y dinámica de la parte explicada son adecuadas.

Realizadas las regresiones para estimar parámetros y las pruebas de hipótesis en ese modelo de regresión, el econometrista recorre las fases descritas: re-especifica (incorpora o excluye variables, altera las formas funcional y dinámica re-parametrizando las ecuaciones), re-estima y prueba hipótesis. Y así, una y otra vez, hasta que encuentra una especificación del modelo que no sea rechazada por los datos.

2. ENFOQUE MODERNO

Objetivo del enfoque. *Buscar un modelo econométrico (ME) que replique de mejor manera la generación de los datos observados.*

En efecto, se trata, mediante el ME, de reproducir el comportamiento de la variable dependiente. Para ello se la descompone en una esperanza condicional a las variables consideradas independientes más una innovación. En este sentido, conviene recalcar que la econometría tradicional va de la especificación sugerida por la teoría económica fuerte a los datos y el modelo encajará en los datos, por re-especificaciones, re-parametrizaciones y re-estimaciones sucesivas de un modelo que *sólo* considera a la perturbación como resultado de un proceso estocástico.

En contraste, en la econometría moderna, se va de los datos a una especificación del ME que integra las teorías económica, de la probabilidad y de la estadística, en la medida que ahora todas las variables incorporadas son consideradas aleatorias, la variable dependiente está condicionada por otras igualmente aleatorias y se trata de descubrir cuál es el modelo económico, probabilístico y estadístico - econométrico - que reproduce al generador de los datos. Aquí conviene aclarar que la teoría se usa para especificar un modelo que reproduzca ese generador de los datos, pero no se deduce ninguna teoría de tales datos.

Punto de partida. *Los datos: $(C, Y) = (C_1, C_2, \dots, C_T; Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$ obtenidos de un sistema de información basado en una teoría débil y un condicionamiento entre variables aleatorias: $C_t | Y_t (t=1, \dots, T)$ originado en*

una teoría económica fuerte son los puntos iniciales.

Así, lo que ocurre en una economía está expresado en los datos y hay una determinación lógica de unas variables por otras que debe entenderse, a su vez, como un condicionamiento probabilístico. Es decir, se dispone de datos y de teoría que proviene de tres fuentes: a) las definiciones que produjeron lógicamente esos datos: la teoría económica débil, b) los conceptos probabilísticos que permiten entender los datos como *realizaciones de variables aleatorias*, y c) las proposiciones económicas explicativas que dicen porqué una variable determina a otra: la teoría económica fuerte.

Fases. Para comprender las fases del enfoque moderno que conducen a especificar un ME que reproduce el proceso generador de datos (pgd) debe entenderse como a partir de la interpretación mencionada de los datos se introducen los conceptos de teoría de la probabilidad que definen el pgd y su descomposición.

¿Qué son los datos observados? *Son realizaciones de variables aleatorias (o de procesos estocásticos); son los valores que toman esas variables (o esos procesos) en una observación específica. Así*

$$(C, Y) = (C_1, C_2, \dots, C_T; Y_1, Y_2, \dots, Y_T): \text{datos}$$

$$(C, Y) = (C_1, C_2, \dots, C_T; Y_1, Y_2, \dots, Y_T): \text{muestra}$$

Es decir, los datos son números generados por un proceso generador de información - o pgd - en el que está implícito cuáles variables aleatorias explican otras. Una variable aleatoria es una función que va del espacio de probabilidad a los números reales. Son aquellas que no sólo pueden tomar valores distintos sino que, también, los toman con distintas probabilidades. El conjunto de datos observados es una realización de una colección de variables aleatorias que siguen una distribución conjunta de probabilidad. Se trata de la realización de una muestra.

Muestra. *Es una colección de variables aleatorias que siguen la misma distribución conjunta, es decir, que como conjunto de variables aleatorias se rigen por la misma densidad de probabilidad conjunta o pgd:*

$$f(c, y) = f(c_1, c_2, \dots, c_T; y_1, y_2, \dots, y_T): \text{pgd}$$

La densidad de probabilidad conjunta expresa la dependencia entre las variables aleatorias. En el caso del ejemplo esta dependencia es: a) entre la misma variable lógica en un momento y otro del tiempo que corresponden a variables aleatorias diferentes, b) entre variables lógicamente diferentes, y c) entre variables lógicas diferentes en distintos momentos del tiempo. Y, así, la muestra es una colección de variables aleatorias que provienen *de la misma densidad de probabilidad conjunta*. Puesto que la realización de la muestra con que se cuenta es una pequeña porción de todas las realizaciones que puede tener la función de densidad de probabilidad conjunta y, aunque lo ideal sería conocerlas todas lo que es imposible, el trabajo econométrico consiste en aproximar tal función de densidad con la información disponible: datos e información teórica para condicionar unas variables aleatorias por otras.

¿Qué significa condicionar? *Es expresar la determinación lógica de una variable por otra (u otras) en el*

caso en que las variables determinada y determinante (o determinantes) son aleatorias; es postular un MGE de una variable aleatoria dada otra (u otras) de la misma naturaleza.

$$C_t = E(C_t | Y_t) + u_t, \quad t=1, \dots, T: \text{MGE}$$

El condicionamiento probabilístico se usa porque lo que interesa en la economía es saber cómo una variable aleatoria es determinada por otras. Dada una cierta función de densidad conjunta que no se conoce y que es la que está generando los datos, se fija el valor de una de las variables aleatorias y se observa que valores toma otra, es decir, se condiciona la ocurrencia de la variable dependiente por una independiente. En este caso, se condiciona C dada Y , lo cual se puede generalizar a múltiples variables aleatorias, de manera que una variable es condicionada por varias otras. Así, condicionar significa que dado el valor de una variable independiente, la otra variable - ahora no sólo la dependiente sino también la condicionada -, puede tomar valores diversos según cómo sea la función de densidad que no se conoce y que genera esos datos.

El resultado de este proceso de condicionamiento es que la variable aleatoria a explicar resulta ser la suma de su media condicional (la media dada la información relevante), $E(C_t | Y_t)$, más una innovación, u_t , *aquello* en que la variable aleatoria difiere de su media condicional.

El pgd tiene las siguientes tres características en la medida que el condicionamiento ha capturado toda la información de la variable a explicar y ha reducido el contenido de la innovación a su mínimo probabilístico.

i) El valor esperado condicional de la innovación es cero:

$$E(u_t | Y_t) = E[C_t - E(C_t | Y_t)] = 0$$

ii) La covarianza de la innovación entre t y s distintos también es cero:

$$\text{Cov}(u_t, u_s) = 0, \quad \text{si } t \text{ no es igual a } s$$

iii) La innovación es ortogonal a la media condicional:

$$E(u_t | Y_t) E(C_t | Y_t) = 0$$

Cuando estas propiedades se verifican se dice que la innovación es "ruido blanco". Ello significa que la innovación no contiene ya ninguna información relevante respecto a los determinantes del modelo.

Un ME quiere simular de la mejor manera probabilística el pgd. Para ello las perturbaciones (v_t) deberán comportarse igual que las innovaciones. Las innovaciones del pgd (u_t) son aquello en que *efectivamente* difiere la variable aleatoria de su media condicional. Las perturbaciones del ME son las diferencias entre la variable aleatoria y el ME que se ha construido para explicarla. Si las v_t se comportan de igual manera que las u_t , se considera que dicho modelo es adecuado. Y ello será así porque las

determinaciones de la variable aleatoria, los momentos estimados de la función de densidad de probabilidad conjunta y la parametrización introducida son correctos.

Conceptos de teoría de la probabilidad. Son necesarios los conceptos de las funciones de densidad de probabilidad conjunta, de densidad de probabilidad marginales, de densidad de probabilidad condicionales sus momentos respectivos.

Estos conceptos servirán para entender las diferencias entre los modelos muestral, probabilístico y econométrico.

Como se mencionó, la función de densidad de probabilidad conjunta expresa la dependencia entre las variables aleatorias consideradas. Debe fijarse la atención en ella porque las relaciones de unas variables con otras hacen que la densidad conjunta difiera mucho de la densidad individual.

Cada variable tiene su densidad marginal que es la proyección acumulativa de la densidad conjunta sobre un plano según la dirección de esa variable. El condicionamiento hace ver que el comportamiento de una variable es completamente distinto del que tiene cuando se vincula con otras.

Descomposición del pgd. Cada factor de la descomposición es una función de densidad de probabilidad condicional univariada excepto el último que es una función de densidad de probabilidad conjunta marginal de las T variables condicionantes:

$$\begin{aligned} f(c,y) &= f(c_1, c_2, \dots, c_T; y_1, y_2, \dots, y_T) = \\ &= f(c_1, c_2, \dots, c_T \mid y_1, y_2, \dots, y_T) f(y_1, y_2, \dots, y_T) = \\ &= f(c_1 \mid c_2, \dots, c_T; y_1, y_2, \dots, y_T) f(c_2, \dots, c_T \mid y_1, y_2, \dots, y_T) f(y_1, y_2, \dots, y_T) = \dots \end{aligned}$$

Aquí se aprecia como el condicionamiento también permite descomponer un problema de múltiples variables en varios univariados. A su vez, es posible condicionar gracias a que la teoría económica provee argumentos para decidir porqué una variable antecede lógicamente a otra.

La construcción del ME supone especificar y cuantificar el MGE según sean los siguientes modelos.

Modelo muestral (MM). Según las características de la muestra, la descomposición del pgd admite distintas formas que dependen de la satisfacción de las siguientes propiedades extremas: i) las funciones de densidad de probabilidad condicionales son iguales a las respectivas marginales si las variables muestrales son independientes, y ii) las funciones de densidad de probabilidad marginales son todas iguales si las variables muestrales se distribuyen de manera idéntica. Así, según el MM será la descomposición del pgd.

Una muestra no siempre es aleatoria en el sentido de la teoría del muestreo. Para que lo sea, todas las variables que la componen tienen que ser independiente e idénticamente distribuidas (IID); desafortunadamente, en la realidad, la mayoría de las veces no se estará en presencia de *muestras aleatorias*, sino de *muestras no aleatorias*. No debe confundirse que toda muestra es una colección de variables aleatorias con que sea aleatoria.

Modelo probabilístico (MP). Dado un MM IID es posible postular una forma funcional para la función de densidad de probabilidad idéntica - ésta es una parametrización que varía según los valores de los parámetros- que se denomina el MP.

Es posible parametrizar la colección de variables aleatorias porque todas están regidas por la misma densidad conjunta de probabilidad en la medida que forman una muestra. Tener la fórmula de la función de densidad y darle parámetros es elaborar un MP.

pgd y ME. El pgd de cada variable aleatoria C_t tiene una función de densidad de probabilidad condicional con r momentos:

$$C_t = E(C_t | Y_t) + u_t = \underline{C}_t + u_t; E(u_t | Y_t), E[(u_t | Y_t)]^r$$

El ME es una parametrización del MP de cada función de densidad de probabilidad condicional del MM que determina un MGE de cada variable aleatoria:

$$C_t = C_t(b) + v_t; E(v_t | Y_t), E[(v_t | Y_t)]^r$$

En consecuencia el ME (MP + MM + Mecanismo Generador Estadístico (MGE)) más adecuado será aquel cuyos momentos coincidan con los del pgd. Aquel cuyas v_t imiten de mejor manera las u_t .

La modelación es así una comparación de los momentos condicionales del ME con aquellos que se supone que tiene el pgd.

Pruebas de diagnóstico. Son un conjunto de pruebas de hipótesis para verificar si los momentos del ME y del pgd no discrepan de manera estadísticamente significativa. Para ello se construyen y estiman los estadísticos que mejor aproximen los parámetros del ME y se desarrollan estadísticos de diagnóstico dependientes de los primeros para evaluar las diferencias entre los momentos mencionados.

Después de condicionar, suponer IID la muestra y parametrizar, ya se puede diagnosticar hasta dónde el modelo discrepa del pgd. Pero para hacerlo debe corroborarse si se está en las condiciones supuestas. Es pertinente señalar que al hacer modelos econométricos se está haciendo inferencia y la validez de la inferencia depende siempre de los supuestos en que se basa. Por ello, antes de fijarse en la concordancia o discrepancia entre momentos debe responderse si se está en las condiciones fijadas por los supuestos.

Así, las pruebas de diagnóstico ayudarán a detectar hasta qué punto el ME propuesto está desviado del pgd. Ello permitirá irse moviendo en la dirección adecuada hacia un modelo que pase más diagnósticos y replique mejor la trayectoria de las variables aleatorias.

Finalmente, conviene explicitar la crítica del enfoque moderno de la econometría al tradicional. Ésta se resume en dos cuestionamientos fundamentales:

- 1) para que un modelo encaje en los datos es necesario concebirlo como un replicador de

procesos estocásticos y no como una media sujeta a errores controlables, y

2) para producir un modelo que replique procesos estocásticos la teoría usada debe comprender no sólo la económica sino también la probabilística.

El enfoque moderno de la econometría alerta de los peligros de la modelación y postula que un modelo mejor diagnosticado dará una mejor aproximación al pgd. Además, dentro de este enfoque entran para especificar el modelo todas las teorías económicas pero siempre que se siga el orden metodológico planteado.

Esta comparación de enfoques que hace 15 años convocaba a la enseñanza y al uso del enfoque moderno tiene hoy sólo valor testimonial porque dicho enfoque se enseña regularmente en la Facultad de Economía. Desde el punto de vista práctico ofrece una lección sobre lo lentos y graduales que son los cambios de programas y enfoques en la actividad académica cotidiana y en las tareas docentes de todos los días. Para los próximos años este cambio se consolidará porque contamos ya con la traducción que ha hecho Michel Rojas del libro de Aris Spanos (1999) *Probability Theory and Statistical Inference: Econometric Modeling with Observational Data*, CUP y con el libro de Hernán Sabau (2011), *Análisis econométrico dinámico*, UIA.