

Proyección de información

INAE V

Mtra. Cristina Vazquez Ruiz

Dr. Normand Asuad Sanén

+ **Análisis de series de tiempo**

→ Determinar comportamiento de un conjunto de observaciones

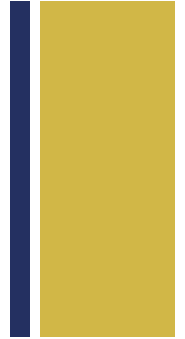
■ Estimación de Tendencia:

■ Diversos Métodos

- Interpolación

- Regresión mediante MCO

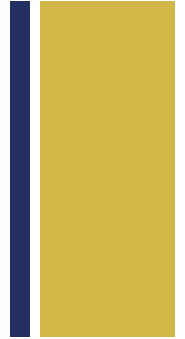
+ Proyección por Interpolación



■ ¿Qué es interpolar?

- Formar una progresión de números cuyos extremos son conocidos
- Permite la extrapolación o proyección de los datos
- Se trata de una técnica preliminar al uso de MCO

+ Tipos de Progresiones



■ Progresión aritmética

- Serie de números que se caracteriza por que cada término se obtiene sumándole al término anterior una cantidad constante llamada razón o diferencia

■ Serie

- Sucesión de términos formados de acuerdo a una ley – comportamiento- la cual refleja su trayectoria.

+ Ejemplo

- Sea a, b, c, d, e, \dots, u una progresión
- Razón = r
- $b = a + r$
- $c = b + r$; sustituyendo $b = (a + r) + r = a + 2r$
- $d = c + r$; sustituyendo $c = (a + 2r) + r = a + 3r$
- $e = d + r$; sustituyendo $d =$

Cada término es igual al 1er término de la progresión (**a**) más tantas veces la razón de términos que le preceden

+ Progresión aritmética

$$\blacksquare u = a + (n-1) r$$

u = último término

a = primer término

n-1 = número de términos que le preceden

r = razón

Ejercicio:

Si tenemos: 4, 7 10,

¿Cuál es el valor del quinto término de la sucesión?

¿Del décimo?

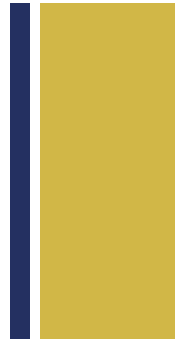
+ Progresión geométrica

- Serie en la que cada término se obtiene después del primero, multiplicando el anterior por una cantidad constante (razón) pudiendo ser ésta creciente o decreciente
- Se consideran como progresiones geométricas aquellas que dividen, elevan a una potencia o extraen raíces.

+ Ejemplo

- Sea... a, b, c, d, e, \dots, u una progresión
- Razón = r
- $b = ar$
- $c = br$; sustituyendo $b = (ar) * r = ar^2$
- $d = cr$; sustituyendo $c = (ar^2) * r = ar^3$
- $e = dr$; sustituyendo $d =$

Cada término es igual al término anterior multiplicado por la razón elevada al número de términos que le preceden



+ Progresión geométrica

$$\blacksquare u = ar^{(n-1)}$$

u = último término

a = primer término

n-1 = número de términos que le preceden

r = razón

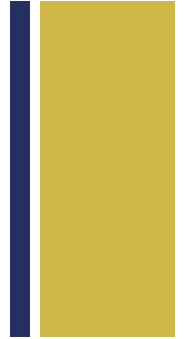
Ejercicio:

Si tenemos: 1,3,9,27

¿Cuál es el valor del quinto término de la sucesión?

¿Del décimo?

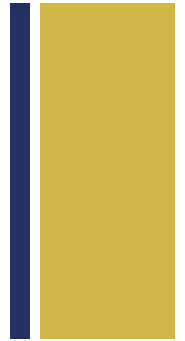
+ Proyección por interpolación



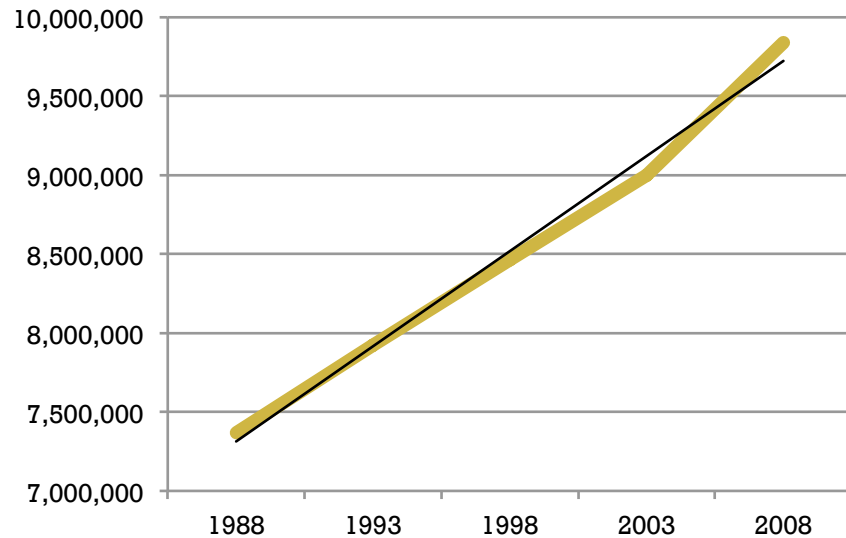
- Así, conociendo la razón y si esta es constante, es decir, se comporta como una serie, ya sea aritmética o geométrica se pueden proyectar los datos, considerando como razón el crecimiento medio.
- Supuesto:
- En el futuro la serie continúa con la tendencia anterior

+ Etapas para la proyección

- 1. Determinar qué tipo de serie o progresión se tiene. Para ello se grafican los datos

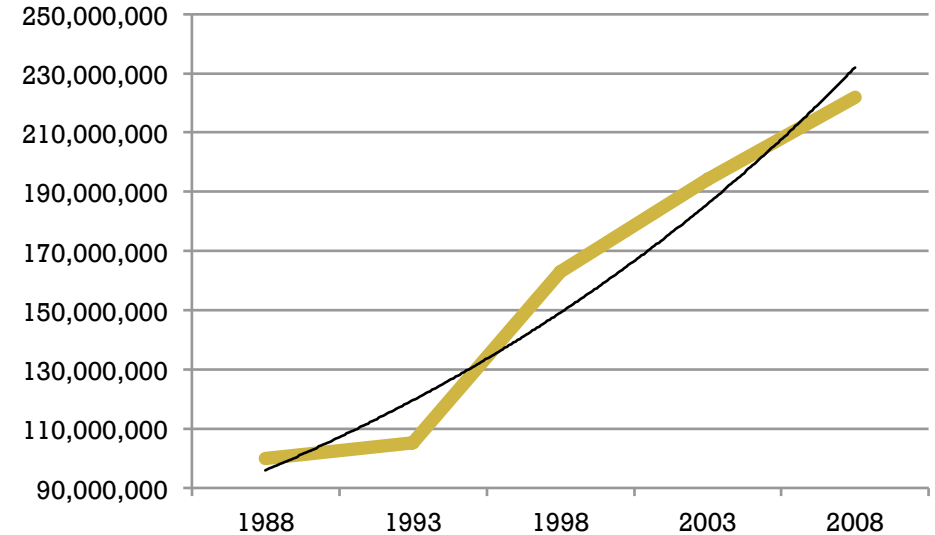


Población Total en la Región Centro Norte



Fuente: INEGI

VACB en la Región Centro Norte
Miles de Pesos 2003=100



Fuente: INEGI

+ Etapas para la proyección

- 2. Identificar las características de los datos existentes para distinguir si se hará uso de

- **Interpolación.**- cuando los valores extremos son conocidos

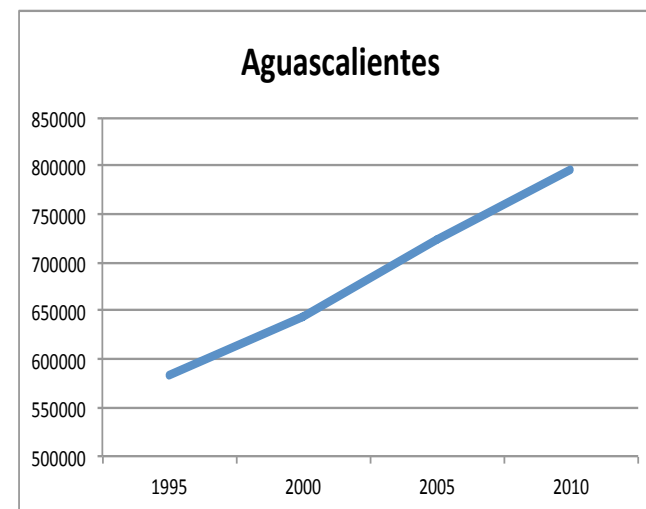
- **Extrapolación** .- cuando se tiene una serie continua y se desea a partir del último dato estimar los valores futuros.

+ Utilizando la información de población

Si conocemos solo los valores extremos, dada la periodicidad de los censos y conteos poblacionales, se procede a realizar la interpolación para los periodos de interés

| Municipio | 1995 | 2000 | 2005 | 2010 |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Aguascalientes | 582827 | 643419 | 723043 | 797010 |
| Asientos | 35762 | 37763 | 40547 | 45492 |
| Calvillo | 51658 | 51291 | 50183 | 54136 |
| Cosío | 12136 | 12619 | 13687 | 15042 |
| Jesús María | 54476 | 64097 | 82623 | 99590 |
| Pabellón de Arteaga | 31650 | 34296 | 38912 | 41862 |
| Rincón de Romos | 38752 | 41655 | 45471 | 49156 |
| San José de Gracia | 7170 | 7244 | 7631 | 8443 |
| Tepezalá | 16175 | 16508 | 17372 | 19668 |
| El Llano | 14278 | 15327 | 17115 | 18828 |
| San Francisco de los Romo | 17836 | 20066 | 28832 | 35769 |

Progresión.....



+ Interpolando la población para los periodos intermedios

La razón utilizada en este caso es la TCMA

$$P_u = P_o (n-1) r$$

$$g = \left[\left(\frac{y_l}{y_o} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \right]$$

Pu = valor parcial del año final

Po = dato original (base de la proyección)

n-1 = número de términos que le preceden

r = razón

| Municipio | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---------------------------|--------|------|------|------|------|--------|
| Aguascalientes | 582827 | | | | | 643419 |
| Asientos | 35762 | | | | | 37763 |
| Calvillo | 51658 | | | | | 51291 |
| Cosío | 12136 | | | | | 12619 |
| Jesús María | 54476 | | | | | 64097 |
| Pabellón de Arteaga | 31650 | | | | | 34296 |
| Rincón de Romos | 38752 | | | | | 41655 |
| San José de Gracia | 7170 | | | | | 7244 |
| Tepezalá | 16175 | | | | | 16508 |
| El Llano | 14278 | | | | | 15327 |
| San Francisco de los Romo | 17836 | | | | | 20066 |

+ Cálculo

$$Pu = Po (n-1) r$$

Pu = valor parcial del año final

Po = dato original (base de la proyección)

n-1 = número de términos que le preceden

r = razón

- Para el caso del municipio de Aguascalientes

$$g = \left[\left(\frac{y_l}{y_o} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \right] \quad g = 0.01997809$$

$$Pu = Po (n-1) r$$

$$Pu = 582827 (2-1) 0.01997809$$

$$Pu + Po$$

$$Pu = Po (n-1) r$$

$$Pu = 594471 (2-1) 0.01997809$$

| Municipio | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | Comprobación |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------------|
| Aguascalientes | 582827 | 594471 | 606347 | 618461 | 630816 | 643419 |
| Asientos | 35762 | | | | | |
| Calvillo | 51658 | | | | | |
| Cosío | 12136 | | | | | |

+ Resultados



| Municipio | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | Comprobación | 2000 |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------------|--------|
| Aguascalientes | 582827 | 594471 | 606347 | 618461 | 630816 | 643419 | 643419 |
| Asientos | 35762 | 36154 | 36549 | 36950 | 37354 | 37763 | 37763 |
| Calvillo | 51658 | 51584 | 51511 | 51437 | 51364 | 51291 | 51291 |
| Cosío | 12136 | 12231 | 12327 | 12424 | 12521 | 12619 | 12619 |
| Jesús María | 54476 | 56277 | 58138 | 60060 | 62046 | 64097 | 64097 |
| Pabellón de Arteaga | 31650 | 32162 | 32683 | 33212 | 33750 | 34296 | 34296 |
| Rincón de Romos | 38752 | 39316 | 39888 | 40469 | 41058 | 41655 | 41655 |
| San José de Gracia | 7170 | 7185 | 7200 | 7214 | 7229 | 7244 | 7244 |
| Tepezalá | 16175 | 16241 | 16307 | 16374 | 16441 | 16508 | 16508 |
| El Llano | 14278 | 14482 | 14689 | 14898 | 15111 | 15327 | 15327 |
| San Francisco de los Romo | 17836 | 18261 | 18697 | 19142 | 19599 | 20066 | 20066 |

TCMA
 0.01997809
 0.01094828
 -0.0014249
 0.00783602
 0.03306227
 0.01618774
 0.01455268
 0.00205569
 0.00408397
 0.01428022
 0.02384136

Extrapolando la población

1ª observación

| Municipio | 2005 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|---------------------------|--------|--------|------|------|------|
| Aguascalientes | 723043 | 797010 | | | |
| Asientos | 40547 | 45492 | | | |
| Calvillo | 50183 | 54136 | | | |
| Cosío | 13687 | 15042 | | | |
| Jesús María | 82623 | 99590 | | | |
| Pabellón de Arteaga | 38912 | 41862 | | | |
| Rincón de Romos | 45471 | 49156 | | | |
| San José de Gracia | 7631 | 8443 | | | |
| Tepezalá | 17372 | 19668 | | | |
| El Llano | 17115 | 18828 | | | |
| San Francisco de los Romo | 28832 | 35769 | | | |

$$P_u = P_o (n-1) r$$

$$g = \left[\left(\frac{y_l}{y_o} \right)^{\frac{1}{i}} - 1 \right] * 100$$

| Municipio | TCMA |
|---------------------------|------------|
| Aguascalientes | 0.01967067 |
| Asientos | 0.02328183 |
| Calvillo | 0.01528018 |
| Cosío | 0.01905932 |
| Jesús María | 0.03806119 |
| Pabellón de Arteaga | 0.01472249 |
| Rincón de Romos | 0.01570691 |
| San José de Gracia | 0.02042965 |
| Tepezalá | 0.02513739 |
| El Llano | 0.01926112 |
| San Francisco de los Romo | 0.04406228 |

Pu = valor parcial del año final

Po = dato original (base de la proyección)

n-1 = número de términos que le preceden

r = razón

$$P_{u_{2011 \text{ AGS}}} = 797,010 (1) (0.01967067) = 15,678$$

$$P_u + P_o = 812,688$$

+ Extrapolación



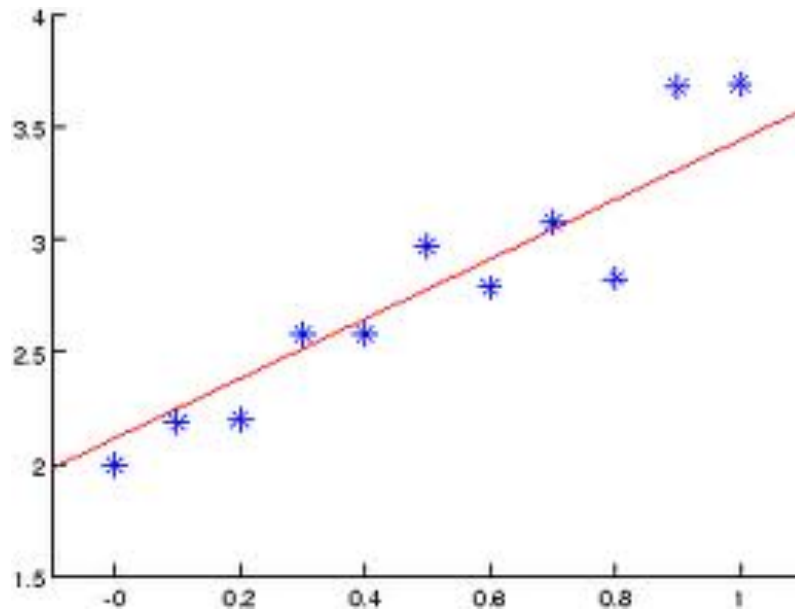
| Municipio | 2005 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Aguascalientes | 723043 | 797010 | 812688 | 828674 | 844974 |
| Asientos | 40547 | 45492 | 46551 | 47635 | 48744 |
| Calvillo | 50183 | 54136 | 54963 | 55803 | 56656 |
| Cosío | 13687 | 15042 | 15329 | 15621 | 15919 |
| Jesús María | 82623 | 99590 | 103381 | 107315 | 111400 |
| Pabellón de Arteaga | 38912 | 41862 | 42478 | 43104 | 43738 |
| Rincón de Romos | 45471 | 49156 | 49928 | 50712 | 51509 |
| San José de Gracia | 7631 | 8443 | 8615 | 8791 | 8971 |
| Tepezalá | 17372 | 19668 | 20162 | 20669 | 21189 |
| El Llano | 17115 | 18828 | 19191 | 19560 | 19937 |
| San Francisco de los Romo | 28832 | 35769 | 37345 | 38991 | 40709 |

+ Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios

- El método anterior se trata de un ajuste preliminar y de carácter visual que no garantiza obtener la mejor curva ajustada.
- El método de MCO permite determinar el tipo de relación funcional matemáticamente óptimo entre las variables, ajustando los datos observados a la ecuación seleccionada.

+ MCO

- El procedimiento consiste en la estimación de las distancias de los datos observados una vez seleccionada la ecuación a la que se ajustan los datos.



$$Y = a + bx$$

$$\sum Y = aN + b \sum X \dots \dots (1)$$

$$\sum XY = a \sum X + b \sum X^2 \dots \dots (2)$$

+ Obteniendo los valores

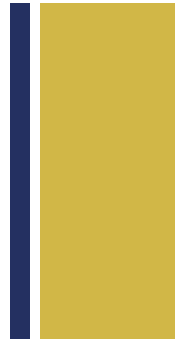
Considerando la población en función del tiempo (X)

| Municipio | Aguascalientes |
|-----------|----------------|
| 2005 | 723,043 |
| 2006 | 737,266 |
| 2007 | 751,768 |
| 2008 | 766,556 |
| 2009 | 781,635 |
| 2010 | 797,010 |

| <i>t</i> | X | Y | XY | X ² |
|----------|---|---|----|----------------|
| 2005 | | | | |
| 2006 | | | | |
| 2007 | | | | |
| 2008 | | | | |
| 2009 | | | | |
| 2010 | | | | |

Sumatoria

+ Calculando



| <i>t</i> | X | Y | XY | X ² |
|------------------|-----------|------------------|-------------------|----------------|
| 2005 | 1 | 723,043 | 723,043 | 1 |
| 2006 | 2 | 737,266 | 1,474,531 | 4 |
| 2007 | 3 | 751,768 | 2,255,305 | 9 |
| 2008 | 4 | 766,556 | 3,066,224 | 16 |
| 2009 | 5 | 781,635 | 3,908,174 | 25 |
| 2010 | 6 | 797,010 | 4,782,060 | 36 |
| Sumatoria | 21 | 4,557,278 | 16,209,337 | 91 |

+ Sustituyendo en las ecuaciones 1 y 2

$$\sum Y = aN + b \sum X \dots \dots (1)$$

$$\sum XY = a \sum X + b \sum X^2 \dots \dots (2)$$

$$4,557,278 = a6 + b21$$

$$16,209,337 = a21 + b91$$

| <i>t</i> | X | Y | XY | X ² |
|------------------|-----------|------------------|-------------------|----------------|
| 2005 | 1 | 723,043 | 723,043 | 1 |
| 2006 | 2 | 737,266 | 1,474,531 | 4 |
| 2007 | 3 | 751,768 | 2,255,305 | 9 |
| 2008 | 4 | 766,556 | 3,066,224 | 16 |
| 2009 | 5 | 781,635 | 3,908,174 | 25 |
| 2010 | 6 | 797,010 | 4,782,060 | 36 |
| Sumatoria | 21 | 4,557,278 | 16,209,337 | 91 |

+ Resolver las ecuaciones

- Método de eliminación
- Se elimina una incógnita igualando las ecuaciones y despejando b , para posteriormente sustituir su valor y encontrar a

$$4,557,278 = a6 + b21$$

$$16,209,337 = a21 + b91$$

+ Datos estimados

A pesar de que las diferencias entre los datos calculados y los reales, en su total quedan anulados, lo que es indicativo de que la serie estimada es una buena base para la proyección.

| t | X | Y | XY | X² | Yc | Dif |
|------------------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|------------------|------------|
| 2005 | 1 | 723,043 | 723,043 | 1 | 722,566 | -477 |
| 2006 | 2 | 737,266 | 1,474,531 | 4 | 737,358 | 92 |
| 2007 | 3 | 751,768 | 2,255,305 | 9 | 752,150 | 382 |
| 2008 | 4 | 766,556 | 3,066,224 | 16 | 766,942 | 386 |
| 2009 | 5 | 781,635 | 3,908,174 | 25 | 781,735 | 100 |
| 2010 | 6 | 797,010 | 4,782,060 | 36 | 796,527 | -483 |
| Sumatoria | 21 | 4,557,278 | 16,209,337 | 91 | 4,557,278 | 0 |

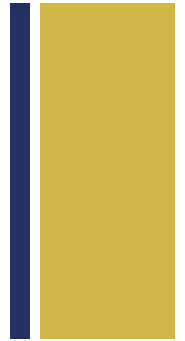
Extrapolando los datos hasta el año 2013 por MCO



| <i>t</i> | X | Y | XY | X ² | Yc | Dif |
|-------------|---|---------|-----------|----------------|---------|------|
| 2005 | 1 | 723,043 | 723,043 | 1 | 722,566 | -477 |
| 2006 | 2 | 737,266 | 1,474,531 | 4 | 737,358 | 92 |
| 2007 | 3 | 751,768 | 2,255,305 | 9 | 752,150 | 382 |
| 2008 | 4 | 766,556 | 3,066,224 | 16 | 766,942 | 386 |
| 2009 | 5 | 781,635 | 3,908,174 | 25 | 781,735 | 100 |
| 2010 | 6 | 797,010 | 4,782,060 | 36 | 796,527 | -483 |
| 2011 | 7 | | | 49 | 811,319 | |
| 2012 | 8 | | | 64 | 826,112 | |
| 2013 | 9 | | | 81 | 840,904 | |



Comparación



| Municipio | Aguascalientes | |
|-----------|----------------|---------|
| 2005 | 723,043 | |
| 2006 | 737,266 | |
| 2007 | 751,768 | |
| 2008 | 766,556 | |
| 2009 | 781,635 | |
| 2010 | 797,010 | |
| 2011 | 812,688 | 811,319 |
| 2012 | 828,674 | 826,112 |
| 2013 | 844,974 | 840,904 |

Sobreestimación
del 1º método con
respecto a MCO